興大工程學報　第五期（民國八十三年）
Journal of Engineering, National Chung Hsing University, No.5, pp.55～66 (1994)

設備結構之地震反應分析

林其璋*　盧英霞**　丁鯤***

關鍵詞：設備結構、動態互制、非傳統阻尼、複數模態分析、
模態組合、地震工程

摘　要

本文探討設備結構安置於主體結構各個不同高度時，動態互制效應對主體結構基本頻率以及動態反應的影響，進而檢討現行核能規範所訂樓板反應譜法適用範圍，研究結果顯示規範考慮動態互制效應之影響過份保守。同時為一併考慮動態互制效應與結構非傳統阻尼特性，本文應用模態組合法，可由主體和設備結構個別之動態特性以及設備結構之裝設位置，求得組合結構系統之模態參數，然後進行複數模態分析精確地計算出主體及設備結構受地震作用下之動態反應。文中以六層樓結構為例，探討當設備結構分別安置於主體結構第一、三、六樓時，設備以及主體結構之動態反應變化，印證了樓板反應譜法之誤差達150% 以上。

前　言

基於過去數十年的研究發展，土木主體結構(Primary Structure)如高樓、橋樑、水壩等之耐震分析已有相當大的進展。然而對於附著或錨定於主體結構中之設備結構(Equipment Structure)例如核能電廠中之反應爐(Reactor)、醫院中之精密醫療設備以及銀行之大型電腦等之耐震分析研究則相對大爲闕如。此等設備結構包容於主體結構中，不受風、雨外力影響，但仍受地震力的作用，當地震發生時，地震波經由主體結構傳遞到設備結構，若其反應值(如位移、應力)過大而損壞，不但將遭受巨額的財務損失，更可能引起嚴重的災變，例如核能事故、金融危機等。因此設備結構之耐震分析及設計相當值得研究與探討[1]。

一般而言，主體結構設計規劃完成後，設備結構之大小及裝設位置尚未得知，因此不可

* 國立中興大學土木工程學系副教授
** 中華顧問工程司結構工程師
*** 行政院原子能委員會簡任副研究員

能進行整體組合結構之地震動態分析。而且，整體分析必須考慮相當龐大的自由度，耗費大量計算機時間，同時兩者結構在質量及勁度數值上有很大的差異，整體分析將會造成數字運算上的困難及誤差。再加上設備結構常因需要而改變設計及裝設位置，即使些微的改變就必須整體結構重新分析，既不經濟也不切實際。

現行核能規範[2]採用樓板反應譜法(Floor Response Spectrum Method)從事設備結構之耐震分析及設計。首先忽略設備結構的存在或假設主體和設備結構不互相耦合(Uncoupled)，先進行主體結構之地震力分析，求得設備結構裝設位置(即支承點)之動態反應譜稱爲樓板反應譜。然後再以此樓板反應譜作爲設備結構之輸入地震力，以分析設備結構之位移及應力。此法十分直接而且簡單，但是忽略了主體與設備間的動態互制(Dynamic Interaction)以及非傳統阻尼(Nonclassical Damping)特性的影響，因而可能造成嚴重的誤差。

本文探討設備結構安置於主體結構各個不同高度時，動態互制作用對整體結構基本頻率以及動態反應的影響，進而檢討現行核能規範所訂樓板反應譜法適用範圍。同時爲一併考慮動態互制作用與結構非傳統阻尼特性，本文完成兩電腦程式，可分別應用模態組合法由主體和設備結構個別之動態特性以及設備結構之裝設位置，求得組合結構系統之模態參數，然後進行複數模態分析精確地計算出主體及設備結構之地震動態反應。文中以六層樓剪力結構爲例，探討當設備結構分別安置於主體結構第一、三、六樓並受到1940年El Centro地震力作用時，設備以及主體結構之動態位移反應變化，印證了樓板反應譜法之誤差達150% 以上。

主體與設備結構之動態互制

所謂主體與設備結構之動態互制作用，即表示設備結構之存在與否所求得之樓板反應譜將有所不同，進而分析出之設備結構的動態反應亦將會有差異。尤其當設備結構的質量較大或主體與設備系統同頻(Tuned)時，忽略動態互制作用對二者受地震作用下動態行爲的預測將會產生不容忽視的誤差。

圖一表示一單自由度設備結構安置於n自由度主體結構系統中，當受地震力$\ddot{x}_g(t)$作用時之運動方程式表示爲

$$M\underline{\ddot{X}}(t)+C\underline{\dot{X}}(t)+K\underline{X}(t)=-M\underline{1}\ddot{x}_g(t) \qquad (1)$$

式中

$$M=\begin{pmatrix} M_p & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_s \end{pmatrix},$$

$$C=\begin{pmatrix} C_{pp} & C_{pc} & 0 \\ C_{cp} & C_{cc}+C_s & -C_s \\ 0 & -C_s & C_s \end{pmatrix},$$

$$K=\begin{pmatrix} K_{pp} & K_{pc} & 0 \\ K_{cp} & K_{cc}+K_s & -K_s \\ 0 & -K_s & K_s \end{pmatrix}$$

分別表示主體與設備組合結構系統之(n+1)×(n+1)階質量、阻尼及勁度矩陣，$\underline{x}=\{\underline{x}_p^T, x_c, x_s\}^T$爲相對地表位移向量，T表示矩陣轉換(Matrix Transpose)，而$\underline{1}$代表元素爲1之向量，大寫的M、C、K爲矩陣形式，小寫則表示純量。矩陣中元素之下標爲c者代表設備結構與主體系統間連接樓層之系統參數，下標爲p者代表除連接系統外的主體結構系統，因此主體結構系統應爲下標字爲p與c等項的組合，而下標爲s者代表設備結構系統參數。

若設Ω、ω_p及ω_s分別表示組合結構、主體結構以及設備結構之無阻尼自然頻率(Undamped Natural Frequency)，並且定義

$R_f=\Omega/\omega_p$ ＝組合結構與原主體結構頻率比

$r_f=\omega_s/\omega_p$ ＝設備結構與主體結構頻率比

則它們之間的關係可寫成[3]

$$R_f^4-[1+r_f^2+(m_s\varphi_c^2)r_f^2]R_f^2+r_f^2=0 \qquad (2)$$

其中φ_c表示主體結構正規化模態向量中對應於連接樓層之元素值。茲定義等值質量比(Equivalent Mass Ratio)

$$\gamma_{me}=m_s\varphi_c^2 \qquad (3)$$

由公式(2)可以畫出R_f對應於不同r_f及r_{me}情況下之變化曲線，以了解自然頻率之變化。若主體結構為單自由度，則$r_{me}=m_s/m_p=r_m$為設備結構與主體結構之質量比。

關於主體與設備結構系統間的動態互制，曾有多位學者加以探討。Hadjian[4]研究二自由度主體－設備結構系統，比較組合結構之基本頻率與原主體結構頻率之差異，探討動態互制作用對基本頻率之影響，並以圖形界定樓板反應譜法的適用範圍，他指出若不考慮動態互制，則將嚴重高估設備結構動態反應值。Tsai[5]亦以二自由度主體－設備結構系統為例，依考慮整體結構的反應譜法、時間歷時分析法(Time History Analysis)與不考慮互制的樓板反應譜法作比較，結果發現當主體--設備結構同頻時，不考慮互制作用的樓板反應譜法會得到較保守的結果，呼應了Hadjian的結論。Kelly和Sackman[6]曾針對同頻時主體－設備結構間的互制作用，提出反應譜設計法，以修正傳統的樓板反應譜法。

本文詳細分析主體－設備之動態互制作用，探討設備安置於單自由度主體結構及多自由度主體結構各個不同高度時，其對整體結構基本頻率(Fundamental Frequency)以及動態位移反應的影響，進而重新檢討樓板反應譜法適用的範圍。圖二表示對於二自由度主體－設備結構系統，當基本頻率之變化值為±5%、±10%及±15%時，對應於r_f、r_{me}之曲線。由圖中發現，當主體－設備結構同頻時，即使微小質量之設備結構，也可能造成整體結構基本頻率相當大的改變，而且設備質量愈大，改變量愈大，表示互制作用愈顯著。圖中虛線為現行規範用以界定主體－設備結構是否必須進行耦合(Coupled)分析的準則，其基本上係依5%頻率誤差為依據。圖三表示單自由度設備安置於六樓主體結構之一、三、六樓等各個不同高度，當基本頻率之變化值為±5%時，對應於r_f以及設備－樓板質量比r_m之曲線。圖中顯示，設備結構裝設愈高互制作用愈大。比較圖二、三可知規範考慮動態互制效應之影響過份保守。此外，本文分析結果亦將顯示，設備結構設置愈高動態反應愈大，同時設備對其本身安置樓層之位移反應影響最大。

複數模態分析與組合法

由於主體結構與設備結構材料不同，阻尼特性互異，無法依無阻尼系統之模態向量將阻尼矩陣對角化，具此種阻尼特性者稱為非傳統阻尼。依據Caughey和O'Kelly[7,8]之分析，若質量、阻尼及勁度矩陣滿足

$$CM^{-1}K=KM^{-1}C \qquad (4)$$

則其自然頻率與振態為實數，並和無阻尼狀態所求相同，具此特性之阻尼稱為傳統阻尼(Classical Damping)或比例阻尼(Proportional Damping)。一般結構動力分析常假設結構阻尼為雷利阻尼(Rayleigh Damping)，亦即阻尼矩陣C為質量矩陣M與勁度矩陣K之線性組合，即為滿足公式(4)的一個特例。一般來說，為簡化計算而將結構阻尼考慮成傳統阻尼，其分析結果仍可接受，但在某些

狀況下，當結構體之各個部份係由不同阻尼性質的材料所組成例如：分析土壤－結構互制或主體-設備結構組合系統，由於兩者材料不同，阻尼特性互異，若忽略非傳統阻尼特性，將造成不容忽視的誤差。尤其當主體與設備結構同頻時，若兩者質量比很小加上設備結構之阻尼係數小於主體結構時，所算出之設備結構動態反應會有嚴重低估的可能[9,10]。本文考慮非傳統阻尼特性，應用複數模態分析法(Complex Modal Analysis)[11,12]完成一計算機程式，可以精確的計算具傳統或非傳統阻尼特性結構受地震作用下之動態反應。

一.複數模態分析法－

假設主體結構本身即具非傳統阻尼特性，茲定義狀態向量(State Vector) $\underline{Z}(t)=\begin{Bmatrix}\dot{x}(t)\\ x(t)\end{Bmatrix}$，包括結構之速度及位移反應，則公式(1)之主體結構運動方程式可改寫成狀態方程式

$$A\dot{\underline{Z}}(t)+B\underline{Z}(t)=\underline{F}(t) \qquad (5)$$

其中

$$A=\begin{pmatrix}0 & M\\ M & C\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}-M & 0\\ 0 & K\end{pmatrix}$$

為2n×2n階之矩陣，

$$F(t)=\begin{pmatrix}0\\ -M\underline{1}\ddot{x}_g(t)\end{pmatrix} \qquad (6)$$

為2n×1階之外力向量。公式(5)之特徵方程式表示為

$$[\lambda A+B]\Psi=0$$

式(6)中λ代表2n個特徵值，以共軛形式成對出現。而每一個特徵值λ_j都對應著一組2n×1階之複數特徵向量

$$\underline{\Psi}_j=\begin{pmatrix}\lambda_j\underline{\Phi}_j\\ \underline{\Phi}_j\end{pmatrix}$$

Φ_j為對應於位移之n×1階模態向量，而且第j個模態特徵值λ_j可寫成

$$\lambda_j=-\xi_j\omega_j+i\omega_{dj} \qquad (7)$$

其中ω_{dj}為第j模態阻尼自然頻率，ω_j為第j模態無阻尼自然頻率，ε_j為第j模態阻尼比，並且其間關係為

$$\omega_{dj}=\omega_j\sqrt{1-\xi_j^2} \qquad (8)$$

對於穩定(Stable)而且低阻尼(Underdamped)結構系統，λ_j之實數部分定為負值。

應用複數模態分析法求解公式(5)以計算主體結構之地震反應，第j個模態之狀態向量$\underline{Z}_j(t)$可寫成

$$\underline{Z}_j(t)=C_j\underline{\Psi}_je^{\lambda_jt}+\bar{C}_j\bar{\underline{\Psi}}_je^{\bar{\lambda}_jt}=2\mathrm{Re}[C_j\underline{\Psi}_je^{\lambda_jt}] \qquad (9)$$

其中C_j、$\overline{C}_j$，$\overline{\lambda}_j$以及λ_j互為共軛複數常數，$\underline{\Psi}_j$及$\overline{\Psi}_j$則為共軛複數特徵向量，Re[-]表示取括弧內複數之實數部分。又C_j及$\overline{C}_j$之大小和結構在該模態之起始位移、速度及所受外力大小有關，經n個模態疊加(Mode Superposition)，結構總位移及速度反應為

$$\underline{Z}(t)=\sum_{j=1}^{n}\underline{Z}_j(t)=2\sum_{j=1}^{n}\mathrm{Re}[C_j\underline{\Psi}_je^{\lambda_jt}] \qquad (10)$$

假設結構之起始狀態為$\underline{Z}_0$，代入公式(10)

並利用特徵向量對矩陣A之正交性(Orthogonality)，得到第j模態之振動反應大小

$$C_j=\frac{\underline{\Psi}_j^T A\, \underline{Z}_o}{\underline{\Psi}_j^T A\, \underline{\Psi}_j} \qquad (11)$$

若結構各自由度之起始位移爲零而起始速度爲$\underline{X}_o$，則公式(11)改寫爲

$$C_j=B_j\underline{X}_o \qquad (12)$$

其中B_j爲1×n階之矩陣，且表示爲

$$B_j=\frac{\underline{\Phi}_j^T M}{2\lambda_j\underline{\Phi}_j^T M\underline{\Phi}_j+\underline{\Phi}_j^T C\underline{\Phi}_j} \qquad (13)$$

若將公式(7)及公式(12)、(13)代入公式(10)，則結構總反應

$$\underline{Z}(t)=2\sum_{j=1}^{n}\mathrm{Re}\{e^{-\xi_j\omega_j t}(B_j\dot{\underline{X}}_o\underline{\Psi}_j)[\cos(\omega_{dj}t)+i\sin(\omega_{dj}t)]\} \qquad (14)$$

設$h_j(t)$表示第j模態之單位衝擊反應函數(Unit Impulse Response Function)

$$h_j(t)=\frac{1}{\omega_{dj}}e^{-\xi_j\omega_j t}\sin(\omega_{dj}t) \qquad (15)$$

其對t之一次微分表示爲

$$\dot{h}_j(t)=e^{-\xi_j\omega_j t}[\cos(\omega_{dj}t)-\frac{\xi_j}{\sqrt{1-\xi_j^2}}\sin(\omega_{dj}t)] \qquad (16)$$

將公式(15)和(16)代入公式(14)並重新組合得到

$$\underline{Z}(t)=2\sum_{j=1}^{n}\mathrm{Re}\{(B_j\underline{X}_o\underline{\Psi}_j)[\dot{h}_j(t)+\xi_j\omega_j h_j(t)+i\omega_{dj}h_j(t)]\} \qquad (17)$$

若結構受基底的地震加速度$\ddot{x}_g(t)$作用，在很短的時間間隔dγ內，結構相當於受到一衝擊外力作用。應用衝量動量平衡觀念，該衝擊外力所引起結構各個自由度之速度增量

$$d\dot{\underline{X}}_o(\gamma)=-\underline{1}\ddot{x}_g(\gamma)d\gamma \qquad (18)$$

根據公式(17)，對於某一大於γ之時間t此速度增量所引起之狀態變化

$$d\underline{Z}(t)=-2\sum_{j=1}^{n}\mathrm{Re}\{(B_j\underline{1}\underline{\Psi}_j)[\dot{h}_j(t-\gamma)+\xi_j\omega_j h_j(t-\gamma)+i\omega_{dj}h_j(t-\gamma)]\ddot{x}_g(\gamma)d\gamma\} \qquad (19)$$

經積分公式(19)，得到結構各自由度之速度及位移反應爲

$$\underline{Z}(t)=2\sum_{j=1}^{n}\mathrm{Re}\{(B_j\underline{1}\underline{\Psi}_j)[-\int_0^t\dot{h}_j(t-\gamma)\ddot{x}_g(\gamma)d\gamma-\xi_j\omega_j\int_0^t h_j(t-\gamma)\ddot{x}_g(\gamma)d\gamma-i\omega_{dj}\int_0^t h_j(t-\gamma)\ddot{x}_g(\gamma)d\gamma]\} \qquad (20)$$

令

$$D_j(t)=-\int_0^t h_j(t-\gamma)\ddot{x}_g(\gamma)d\gamma$$

$$\dot{D}_j(t)=-\int_0^t\dot{h}_j(t-\gamma)\ddot{x}_g(\gamma)d\gamma$$

則公式(20)改寫爲

$$\underline{Z}(t)=2\sum_{j=1}^{n}\mathrm{Re}\{(B_j\underline{1}\,\underline{\Psi}_j)[D_j(t)+\xi_j\omega_j D_j(t)+i\,\omega_{dj}D_j(t)]\} \tag{21}$$

由以上推導可知，對具非傳統阻尼特性之結構系統，只要求得各個模態之複數特徵值及特徵向量，再利用公式(7)、(8)、(13)、(15)、(16)及(21)即可求得結構受地震作用下各個自由度之位移及速度反應，本文據此完成了一計算機程式，只要輸入結構之質量、阻尼及勁度等矩陣及地震加速度歷時即可計算得到結構之動態反應。

二.模態組合法

前面章節中提過，整體組合主體-設備結構分析不切實際，若能利用已知的主體結構動態特性以及後來裝設之設備結構的設計參數及裝設位置，推導得到整體組合結構系統各模態的特徵值及特徵向量，進而計算其動態反應，實為較經濟可行的設備結構分析方法。若設備結構的參數有所改變，只需改變設備結構的輸入值，無須重新分析主體結構。依此當主體結構為多自由度時，所節省的計算時間相當可觀，此即為模態組合配合複數模態分析法的特點。

關於模態組合理論，Suarez和Singh[13,14]曾進行過一系列的研究，本文進一步推展考慮主體結構具非傳統阻尼特性，附加設備結構後，利用主體結構本身加上設備結構之模態參數推導整體結構之複數模態組合公式並發展一計算機程式，計算主體-設備組合系統之複數模態特徵值及特徵向量，再根據上節複數模態分析程式計算主體及設備結構之速度及位移歷時反應。

參閱圖一，假設一單自由度設備裝置於某n自由度主體結構之第k層，若已知其整體(n+1)×(n+1)階之質量M、阻尼C及勁度K矩陣則依公式(6)可以計算出整體組合結構系統之模態特徵值λ及特徵向量Ψ。但若設備結構參數或位置改變，M、C及K等矩陣跟著變化，則需重複公式(6)之計算。因此，當設備結構未定時，應用整體系統分析將花費大量的計算機時間，不經濟也不切實際。然而若由已知主體結構之n個特徵值λ_p和n×n階特徵向量Φ_p以及設備結構之模態參數λ_s、φ_s，應用模態組合法以求得整體組合結構之模態參數λ及Ψ則較為實際可行。經過分析推演，求得組合主體－設備結構系統第j模態特徵值λ_j滿足下述方程式

$$f(\lambda_j)=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{a_i\lambda_j+b_i}{\lambda_j^2+c_i\lambda_j+d_i}\right)+\frac{1}{2\xi_s\omega_s\lambda_j+\omega_s^2}+\frac{1}{\lambda_j^2}=0 \tag{22}$$

其中係數

$$a_i=2m_s\mathrm{Re}(\Phi_{pk,i}^2)$$
$$b_i=-2m_s\mathrm{Re}(\Phi_{pk,i}^2\bar{\lambda}_i)$$
$$c_i=-2\mathrm{Re}(\lambda_i)$$
$$d_i=|\lambda_{p,i}|^2$$

$\Phi_{pk,i}$代表主結構第i模態向量中對應於第k自由度之元素值，$\lambda_{p,i}$代表主結構第i模態特徵值。公式(22)可依一般數值分析法如Newton-Raphson法求解得到λ_j。關於組合系統第j模態向量$\underline{\Psi}_j$，我們可假設其與原主體結構及設備結構之模態參數向量$\underline{\Psi}_{ps,j}$的關係為

$$\underline{\Psi}_j=T\,\underline{\Psi}_{ps,j} \tag{23}$$

其中

$$T=\begin{pmatrix}(\Phi_p\Lambda_p) & 0 & (\bar{\Phi}_p\bar{\Lambda}_p) & 0\\ 0 & (\varphi_s\lambda_s) & 0 & (\bar{\varphi}_s\bar{\lambda}_s)\\ \Phi_p & 0 & \bar{\Phi}_p & 0\\ 0 & \varphi_s & 0 & \bar{\varphi}_s\end{pmatrix} \tag{24}$$

爲$2m\times 2m$階$(m=n+1)$之矩陣，式中Λ_p爲$n\times n$階之對角線矩陣其第$i\times i$個元素值爲$\lambda_{p,i}$，Φ_p爲主結構之$n\times n$階位移模態矩陣，φ_s爲設備結構本身正規化後之模態值。依公式(23)之轉換則向量

$$\underline{\Psi}_{ps,j}=-(K_s+c_s\lambda_j)(\triangle\lambda)^{-1}\underline{V} \tag{25}$$

上式中$\triangle\lambda$爲$2m\times 2m$階之對角線矩陣，其元素值表示組合結構之模態特徵值和原主結構與設備結構特徵值之差異，其中

$$\triangle\lambda_i=\lambda_j-\lambda_{p,i};\ \{i=1,n\}$$
$$\triangle\lambda_m=\lambda_j-\lambda_s$$
$$\triangle\lambda_{i+m}=\lambda_j-\bar{\lambda}_i$$
$$\triangle\lambda_{2m}=\lambda_j-\bar{\lambda}_s$$

又$\underline{V}$表示$2m\times 1$階之向量，其元素值

$$V_i=\Phi_{pk,i};\ \{i=1,n\}$$
$$V_m=-\varphi_s-\varphi_s(2\xi_s\omega_s\lambda_j+\omega_s^2)/\lambda_j^2$$
$$V_{i+m}=\bar{V}_i$$
$$V_{2m}=\bar{V}_m$$

將已知主體及設備結構模態參數值代入公式(25)計算$\underline{\Psi}_{ps,j}$，再由公式(23)即可計算$\underline{\Psi}_j$。至此由公式(22)及(23)求得λ_j及$\underline{\Psi}_j$，最後再依上節公式(21)計算主體--設備組合結構中任一自由度之動態反應。

實例驗證

假設圖一爲六自由度(n=6)剪力樓層受1940年El Centro南北向地震加速度作用，主體結構之質量、阻尼及勁度矩陣分別爲

$$M=\begin{pmatrix}7&0&0&0&0&0\\0&7&0&0&0&0\\0&0&5&0&0&0\\0&0&0&5&0&0\\0&0&0&0&4&0\\0&0&0&0&0&4\end{pmatrix}\times 10^5\text{kg}$$

$$C=\begin{pmatrix}80&-16&-1.6&-0.4&-0.32&-0.24\\-16&35&-16&-1.2&-0.8&-0.6\\-1.6&-16&32&-16&-1.2&-0.8\\-0.4&-1.2&-16&28&-8&-2.4\\-0.32&-0.8&-1.2&-8&20&-12\\-0.24&-0.6&-0.8&-2.4&-12&16\end{pmatrix}\times 10^6\text{kg/sec}$$

$$K=\begin{pmatrix}10&-5&0&0&0&0\\-5&9&-4&0&0&0\\0&-4&8&-4&0&0\\0&0&-4&7.5&-3.5&0\\0&0&0&-3.5&7&-3.5\\0&0&0&0&-3.5&3.5\end{pmatrix}\times 10^9\text{kg/sec}^2$$

顯然地，矩陣M、C、K並不滿足公式(4)，因此主結構具非傳統阻尼特性，其複數特徵值、模態頻率與阻尼比，列於表一。爲驗證本文所推導複數模態分析與組合公式以及電腦程式之準確性，茲利用完成的電腦程式計算第一、三、六樓的相對地表位移並與Newmark β直接積分法所得結果作比較。圖四顯示兩種方法所得的結果幾乎相同，證明本文發展之複數模態分析程式之準確性。此外，計算歷時反應以0.02秒爲單位，在個人電腦上運算僅需數秒的時間，加上同時求到結構之模態參數，可以保留作爲計算附加設備結構之動態反應，更彰顯複數模態分析法之優點。

接著，假設一單自由度設備結構裝置於主體結構之第五層，其質量$m_s=2\times 10^5$kg，阻尼比$\varepsilon_s=3\%$，自然頻率則與主體結構之第一模態同頻。表二爲利用複數模態組合程式所求得組合結構系統之複數特徵值、模態頻率與阻尼比，與由公式(6)直接以整體結構系統所求者比較，結果顯示以複數模態組合法計算基本頻率與阻尼比十分準確。接著應用所求得之

組合結構複數模態參數進行受El Centro地震力作用下之動態反應分析。圖五再次証明複數模態分析法可以準確計算主體及設備結構之動態反應。同時比較圖四與圖五中結構各層樓之位移反應，發現尖峰反應及整體反應量降低約20%，這是由於設備結構與主體結構第一模態同頻，設備結構成爲主體結構之調諧質量阻尼器(Tuned Mass Damper)[15,16]，此時設備結構將產生數倍於主體結構之動態反應，因此，爲確保設備結構之安全，其自然頻率應避免與主體結構之主要頻率相近。

最後探討當設備結構的自然頻率改變時，其尖峰位移反應的變化。假設設備結構分別設置在主體結構的一樓、三樓或六樓，受El Centro地震力作用，同樣利用複數模態組合與分析法對三種組合結構系統進行分析，各求得設備結構具不同頻率時對其設置樓層的最大相對位移，並與樓板反應譜法以及整體組合結構分析所得的設備結構最大相對位移做比較。樓板反應譜的做法是：先求出主體結構受El Centro地震作用下，設備結構設置樓層之絕對加速度反應，再以此絕對加速度作爲設備結構之作用外力，計算設備結構對設置樓層之最大相對位移。如本文前節中所提，樓板反應譜法不考慮設備結構之存在，因此所求出的絕對加速度忽略了主體--設備結構間動態互制作用的影響。圖六顯示當設備結構頻率接近零時，其與設置樓層間的相對位移或稱衝程(Stroke)很大，等於設置樓層之位移尖峰值，而當設備結構頻率增大時，表示k_s變大，其與設置樓層間連接更堅固，因此相對位移變小，十分符合真實情況。在一般情況下，樓板反應譜法所得結果相當準確，然而當設備結構之頻率接近主體結構之主要頻率時，樓板反應譜法之誤差相當大，尤其設備結構設置樓層愈高，誤差(高估)將超過百分之百。另一方面，樓板反應譜法忽略設備結構之存在，兩組不同重量之設備結構，依樓板反應譜法可能得到相同之位移反應，此與實際狀況不符，由此可看出其不合理性。

結　論

設備結構包容於主體結構中，當地震發生時，地震波經由主體結構傳遞到設備結構，若其反應過大而損壞，不但將遭受巨額的財務損失，更可能引起嚴重的災變，例如核能事故、金融危機等。因此，近年來設備結構之耐震分析及設計受到相當的重視。

一般而言，主體結構設計規劃完成後，設備結構之大小及裝設位置尚未得知，因此不可能進行整體組合結構之地震反應分析。本文考慮主體--設備結構動態互制作用與非傳統阻尼特性，發展兩電腦程式，可由主體和設備結構個別之動態特性以及設備結構之裝設位置，求得組合結構系統之模態參數，然後進行複數模態分析以計算主體及設備結構之動態反應。經由理論推演與數值驗証得到如下之結論：

1. 當主體--設備結構同頻時，即使設備結構質量很小，也可能造成整體結構基本頻率及動態反應相當大的改變。設備質量愈大，裝設愈高，改變量愈大，表示互制作用愈明顯。同時發現核能規範考慮去耦合的準則過份保守。
2. 複數模態分析與組合程式可準確計算主體及設備結構之動態反應。其最大優點在於只須知道主體結構和設備結構個別之模態特性，就可得到整體組合結構的模態資料，因此在設計設備結構時，即使反覆更改設備結構參數與裝設位置，亦不必重新分析整體結構，可節省大量計算時間。
3. 設備結構設置愈高動態反應愈大，當主體--設備結構同頻時，樓板反應譜法所得設備結構相對裝設樓層之尖峰位移反應誤差達150%以上。
4. 設備結構頻率愈小，衝程愈大，反之愈小。

當設備與主體結構同頻時，設備結構成爲主體結構之阻尼器，將放大其本身之動態反應。爲確保設備結構安全，其自然頻率應避免與主體結構之主要頻率相近。

參考文獻

1.盧英霞，〝次要結構系統之地震反應分析〞，碩士論文，國立中興大學土木工程研究所，1991。

2. Chen, Y.Q. and Soong, T.T., "Seismic Response of Secondary Systems", *Engineering Structures*, 10, 218-228, 1988.

3.Caughey, T.H., and O'kelly, M.E.J., "Classically Normal Modes in Damped Linear Dynamic Systems", *Journal of Applied Mechanics*, ASME, 32, 583-588, 1965.

4.Hadjian, A.H., "On the Decoupling of Secondary Systems for Seismic Analysis", *6 th WCEE*, 3286-3291, New Delhi, India, 1 977.

5. Hurty, W.C., and Rubinstein, M.F., "Dynamics of Structures", Chap. 9, 313-337, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1964.

6. Igusa, T., Der Kiureghian. A. and Sackman, J.L., "Modal Decomposition Method for Stationary Response of Nonclassically Damped Systems", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 12, 121-136, 1984.*

7.Kelly, J.M. and Sackman, J. L., "Response Spectra Design Methods for Tuned Equipment-Structure Systems", *Journal of Sound and Vibration*, 59(2), 171-179, 19 78.

8.Liang, Z. and Lee, G.C., "Representation of Damping Matrix", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 117, No. 5, pp. 1005-1020,1991.

9.Lin, C.C., Hu, R.Y., and Wang, J.F., "Optimal Design of Passive Tuned Mass Dampers for Seismic Structures", *AIAA paper 92-2271, 33rd AIAA Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference (SDM), pp. 1497 - 1503, Dalas, Texas, USA, April 13-15, 1992.*

10.Lin, C.C., Hu, C.M., Wang, J.F., and Hu, R. Y., "Vibration Control Effectiveness of Passive Tuned Mass Dampers", *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, May, 1994. (in press).

11.Suarez, L.E. and Singh, M.P., "Mode Synthesis Approach for the Analysis of Secondary Systems", *Report No. VPI-E-86-8*, Department of Engineering Science & Mechanics, Virginia Polytechnic Institute & State Univ., Blacksburg, Virginia, 1986.

12. Suarez, L.E. and Singh, M.P., "Floor Response Spectra with Structure Equipment Interation Effects by a Mode Synthesis Approach", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 15, 141-158, 1987.

13.Tsai, N.C., "Spectral Response Analysis of a Coupled System", *ASME Pressure Vessel and Piping Conference*, Dynamic and Seismic Analysis of Systems and Components, 159-165, Orlando, Florida, USA, 1982.

14.U.S. Nuclear Regulatory Commision, Standard Review Plan, *NUREG-75/087*, November, 1975.

15.Veletsos, A.S., and Ventura, C.E., "Modal Analysis of Nonclassically Damped Linear Systems", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 14, 217-243, 1986.

16. Yong, Y, and Lin, Y.K., "Parametric Studies of Frequency Response of Secondary Systems Under Ground Acceleration Excitations", *Technical Report No. NCEER-87-0012*, SUNY/Buffalo, June, 1987.

SEISMIC RESPONSE ANALYSIS OF EQUIPMENT STRUCTURES

Chi-Chang Lin*, Ying-Shya Lu, and Kuen Ting*****

Key Words: Equipment Structures, Dynamic Interaction, Nonclassical Damping Complex Modal Analysis, Mode Synthesis, Earthquake Engineering

ABSTRACT

This paper examines the effect of dynamic interaction between primary structure and equipment on the fundamental frequency and seismic response of primary structure for an equipment mounted at different locations. It is found that the dynamic interaction is more significant as the mass ratio of equipment to primary structure increases and the location of equipment is higher. Moreover, when the frequency ratio of equipment to primary structure approaches one, coupled analysis is required even the mass ratio is small. To take both effects of dynamic interaction and nonclassical damping into consideration, computer programs were developed by using the mode synthesis method whereby exact dynamic properties of the combined primary-equipment structures can be obtained in terms of the individual modal properties of the primary and equipment systems. Furthermore, the dynamic responses of both systems can be accurately evaluated by the complex modal analysis. A single-degree-of-freedom equipment mounted on different floors of a six

-story shear building with various mass and stiffness distribution was studied to verify the accuracy of the developed computer programs. Numerical results indicate that the error of conventional floor response spectrum method which neglects both effects of dynamic interaction and nonclassical damping may be up to 150% or more.

論文收稿日期：83年1月24日
論文修訂日期：83年5月20日
論文接受日期：83年7月5日