

扭轉耦合建築結構裝設被動調諧質量阻尼器之最佳設計及參數研究

翁駿民¹ 林其璋²

關鍵詞：扭轉耦合結構、被動調諧質量阻尼器、地震工程。

摘 要

本文探討扭轉耦合樓房結構受水平雙向地震力作用下，被動調諧質量阻尼器 (PTMD) 之最佳設計。以扭轉耦合樓房結構裝設 PTMD 前後自由度均方位移極小化的方式計算 PTMD 的系統設計參數並討論 PTMD 之運動方向、最佳裝設樓層以及平面位置。研究結果發現：可由結構的振態決定 PTMD 的運動方向及最佳裝設樓層與平面位置，並分析 PTMD 的擺設平面位置及因其設計參數偏差所造成的非調諧效應對降低結構反應的影響。為有效降低受不同方向地震所產生的結構各自由度反應，本文亦針對不同耦合程度的樓房結構探討其所需之 PTMD 個數。最後，以不同耦合程度之單層近似對稱型扭轉耦合樓房結構受雙向地震作用下之數值模擬驗證最佳設計之 PTMD 確實能有效降低樓房結構整體的動態反應。

Optimal Design and Parameter Study of Passive Tuned Mass Dampers for Torsionally-Coupled Buildings

Jin-Min Ueng¹ and Chi-Chang Lin²

*Department of Chemical Engineering
National Chung-Hsing University
Taichung, Taiwan 40227, R.O.C.*

Key Words: Torsionally-Coupled Building, Passive Tuned Mass Damper, Earthquake Engineering.

ABSTRACT

This paper deals with the optimal design of passive tuned mass dampers (PTMDs) to reduce the dynamic responses of torsionally-coupled buildings under bi-lateral earthquake excitations. Some practical design issues such as the optimal installed locations and moving direction of PTMDs are considered. The optimal PTMD's system parameters are determined by minimizing the mean-square displacement response ratio of the controlled DOF between the building with and without PTMDs. In addition, the parametric studies about the PTMD's planar position and effect of detuning are investigated to realize their influence on

¹ 國立中興大學土木工程學系講師

² 國立中興大學土木工程學系教授

the response control efficacy. In order to reduce the structural responses when a building subjected to bi-lateral earthquakes, the necessity of a second PTMD and its optimum design are also studied. Performance of the proposed optimal PTMDs is demonstrated by numerical studies of the seismic behavior of an one-story square torsionally-coupled building with different static eccentricities.

一、緒論

裝設主 / 被動調諧質量阻尼器 (Active/Passive Tuned Mass Dampers, 通稱 TMD) 以降低結構受強風及地震作用下之動態反應, 已獲國內外學術界與工程界之肯定 [1-12]。自 1971 年以後, 不同型式 TMD 相繼問世, 目前全世界有 20 餘棟高樓、高塔與橋塔裝設 TMD (如美國紐約之 Citicorp Center、波士頓之 John Hancock 大樓、加拿大多倫多之 CN Tower 及澳洲雪梨的 Sydney Tower 等; 在日本, 更有數個觀測塔亦安裝了 TMD), 並有上百棟正興建或規畫興建。對於新建結構, 採用 TMD 配合傳統耐震設計將更為經濟; 而對於現存耐震能力不足結構或設計完成結構, 裝設 TMD 亦可達到補強減振的目標, 高雄東帝士 85 超高層大樓以及設計中之台北國際金融中心 101 層摩天大樓即為其例。

TMD 依有 / 無施加控制力而有主動 / 被動之分。至今, 已有相當多的研究 [13-17] 發展有關被動 TMD (PTMD) 系統參數 (質量、勁度及阻尼系數) 的設計方法, 以降低由不同外力所激發之結構振動。由於當 PTMD 之系統參數偏離其最佳值, 即產生非調諧 (detuning) 效應時, PTMD 的振動控制效果會減損。這種因預測或識別主結構自然頻率之不準度及製造 TMD 之技術上難以避免的誤差, 造成與 TMD 最佳頻率比之設計值有所偏差, 在實際應用上是一缺失, 此種不健全性 (Unrobustness) 對於 TMD 之減振效用有相當程度的影響。因此, 近年來亦有很多學者提出多個 TMD (稱 MTMD) 之新設計理念 [18-24], 基本上 MTMD 是由許多頻率分布於欲控制模態頻率附近之小阻尼器所組成, 以改善其減振效應。

上述所提及有關 PTMD 的研究, 大都將主體結構簡化模擬成單自由度或平面結構, 探討裝設一個或數個 PTMD 之減振效用及參數設計。然而實際結構為多自由度而且大多不規則, 質心與剛心位置不一致而具扭轉耦合效應, 因此在設計 PTMD 的理論分析時應考量此二項重要因素, 方能使 PTMD 之設計符合實際。故若以這種簡化結構系統的設計方法將會因忽略結構

之扭轉耦合效應及 PTMD 對不同模態的影響, 而導致高估了 PTMD 之減振效用 [23]。

PTMD 之設計主要係藉著降低受調諧的結構模態位移, 來達到減振的目標。但由 Lin. [25-26] 等人的研究發現, PTMD 的參數設計不但和欲調諧的結構模態特性 (即模態頻率、模態阻尼比、振態) 有關, 且 PTMD 的裝設樓層、擺設平面位置、運動方向及外力方向都會影響 PTMD 的減振效用。因此, 針對具扭轉耦合效應之結構而言, 若將之模擬成單自由度結構或不具扭轉耦合效應之平面結構時, 皆將導致 PTMD 的不當設計, 進而影響 PTMD 對結構減振效用的錯誤評估。本文所發展之 PTMD 設計方法具有下列特性: (1) 將主體結構模擬成多自由度扭轉耦合結構, 並考慮 PTMD 的最佳裝設樓層、運動方向及擺設平面位置; (2) PTMD 的最佳系統參數係以扭轉耦合結構在地震力作用下裝設 PTMD 前後某一特定自由度之均方位移反應比極小化的方式來設計; (3) 僅需前幾個對結構反應貢獻量較大之模態特性 (可依模態參數識別技巧求得), 即可求出 PTMD 的最佳系統參數, 不似前人研究 [23] 需已知結構整體系統矩陣方可求得。

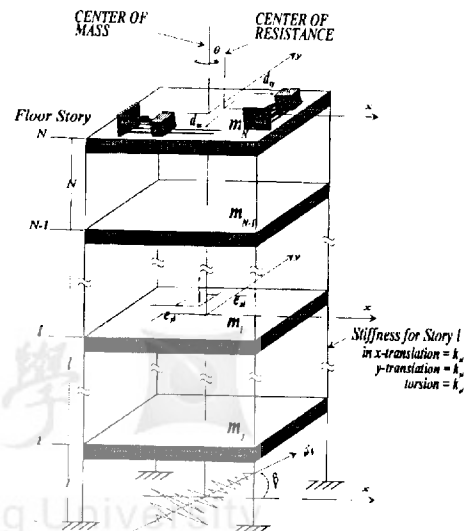


圖 1 裝設 PTMD 之扭轉耦合結構

Fig.1 General Torsionally-Coupled Building-TMD system.

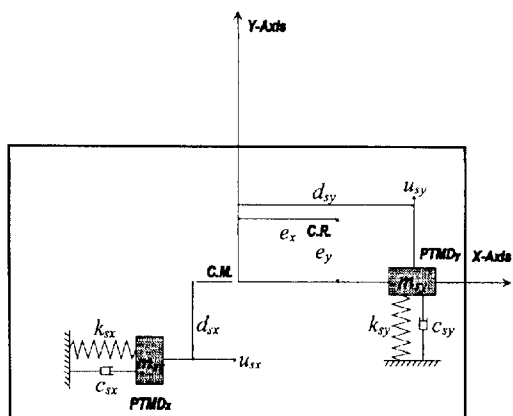


圖 2 PTMD 之平面位置圖

Fig.2 Planar Position of Two PMTs.

二、PTMD 之設計理論推導

針對如圖 1 所示之一般扭轉耦合剪力樓房結構，每一層樓皆具有兩個平移自由度 (x 及 y) 和一個旋轉自由度 (θ)，且每一層樓之質量中心 (Center of Mass) 與勁度中心 (Center of Resistance) 為不共線，假設於第 1 層樓 y 方向設置一質量為 m_{sy} 且阻尼、勁度係數分別為 c_{sy} 、 k_{sy} 之 PTMD；若 PTMD 擺設之平面位置為距該層樓質量中心 d_{sy} 處，如圖 2 所示，則整體含 PTMD 結構系統受一侵襲角為 β 之地震作用時之運動方程式可表示為

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \mathbf{M}_p & \mathbf{0}_{3N \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3N} & \mathbf{m}_{sy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_p \\ \ddot{\mathbf{u}}_{sy} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_p & \mathbf{0}_{3N \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3N} & \mathbf{c}_{sy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_p \\ \dot{\mathbf{u}}_{sy} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_p & \mathbf{0}_{3N \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3N} & \mathbf{k}_{sy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_p \\ \mathbf{u}_{sy} \end{Bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ (k_{sy}[-u_{sy} + y_1 + d_{sy}\theta_1])_{(3l-1)\text{th row}} \\ (d_{sy}k_{sy}[-u_{sy} + y_1 + d_{sy}\theta_1])_{(3l)\text{th row}} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ (k_{sy}[-y_1 - d_{sy}\theta_1])_{(3N+1)\text{th row}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ (c_{sy}[-\dot{u}_{sy} + \dot{y}_1 + d_{sy}\dot{\theta}_1])_{(3l-1)\text{th row}} \\ (d_{sy}c_{sy}[-\dot{u}_{sy} + \dot{y}_1 + d_{sy}\dot{\theta}_1])_{(3l)\text{th row}} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ (c_{sy}[-\dot{y}_1 - d_{sy}\dot{\theta}_1])_{(3N+1)\text{th row}} \end{bmatrix} \\
 & = - \begin{bmatrix} \mathbf{M}_p & \mathbf{0}_{3N \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3N} & \mathbf{m}_{sy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{r}_{3N \times 1} \\ (\sin\beta)_{(3N+1)\text{th row}} \end{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_g
 \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $\mathbf{u}_p = [\mathbf{x} \ \mathbf{y} \ \theta]^T$ 及 \mathbf{u}_{sy} 分別為主結構各自由度與 PTMD 相對於地表之位移向量與位移量。假設 \mathbf{C}_p 為傳統阻尼，且定義 $\mu_{jy} = (\phi_{3l-1,j} + d_{sy}\phi_{3l,j})m_{sy} / m_j^*$ ，則模態分析 (1) 式可得主結構第 j 模態之運動方程式為

$$\ddot{\eta}_j + 2\xi_j\omega_j\dot{\eta}_j + \omega_j^2\eta_j - \mu_{jy}(2\xi_{sy}\omega_{sy}\dot{v}_{sy} + \omega_{sy}^2v_{sy}) = -\frac{1}{m_j^*}(\phi_j^T \mathbf{M}_p \mathbf{r})\ddot{\mathbf{u}}_g \quad (2)$$

式中 $v_{sy} = \mathbf{u}_{sy} - (y_1 + d_{sy}\theta_1)$ 為 PTMD 對第 1 層樓之相對位移，定義為 PTMD 之衝程 (Stroke)。 m_j^* 與 η_j 為第 j 廣義模態質量與模態位移； $\omega_{sy} = \sqrt{k_{sy}/m_{sy}}$ 、 $\xi_{sy} = c_{sy}/(2m_{sy}\omega_{sy})$ 分別表示 PTMD 之頻率與阻尼比。 $\phi_{3l-1,j}$ 代表第 j 個振態向量 ϕ_j 之第 (3l-1) 個振態值。此外，由 (1) 式亦可推導得 PTMD 之運動方程式為

$$\left(\sum_{j=1}^{3N} (\phi_{3l-1,j} + d_{sy}\phi_{3l,j})\ddot{\eta}_j \right) + \ddot{v}_{sy} + 2\xi_{sy}\omega_{sy}\dot{v}_{sy} + \omega_{sy}^2v_{sy} = -\sin\beta \cdot \ddot{\mathbf{u}}_g \quad (3)$$

假設結構反應主要係由前三個模態所組合而成，則由 (2) 式和 (3) 式可得主結構前三模態與 PTMD 衝程之聯立運動方程式以矩陣形式表示為

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \phi_{3l-1,1} + d_{sy}\phi_{3l,1} & \phi_{3l-1,2} + d_{sy}\phi_{3l,2} & \phi_{3l-1,3} + d_{sy}\phi_{3l,3} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\eta}_1 \\ \ddot{\eta}_2 \\ \ddot{\eta}_3 \\ \dot{v}_{sy} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\xi_1\omega_1 & 0 & 0 & -2\mu_{1y}\xi_{sy}\omega_{sy} \\ 0 & 2\xi_2\omega_2 & 0 & -2\mu_{2y}\xi_{sy}\omega_{sy} \\ 0 & 0 & 2\xi_3\omega_3 & -2\mu_{3y}\xi_{sy}\omega_{sy} \\ 0 & 0 & 0 & 2\xi_{sy}\omega_{sy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \\ \dot{\eta}_3 \\ \dot{v}_{sy} \end{Bmatrix} \\
 + \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & 0 & -\mu_{1y}\omega_{sy}^2 \\ 0 & \omega_2^2 & 0 & -\mu_{2y}\omega_{sy}^2 \\ 0 & 0 & \omega_3^2 & -\mu_{3y}\omega_{sy}^2 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_{sy}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ v_{sy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{1}{m_1^*}(\phi_1^T \mathbf{M}_p \mathbf{r}) \\ -\frac{1}{m_2^*}(\phi_2^T \mathbf{M}_p \mathbf{r}) \\ -\frac{1}{m_3^*}(\phi_3^T \mathbf{M}_p \mathbf{r}) \\ -\sin\beta \end{Bmatrix} \ddot{u}_g \quad (4)$$

此外，再考慮主結構不裝設 PTMD 時之第 j 模態運動方程式

$$\ddot{\eta}_j + 2\xi_j\omega_j\dot{\eta}_j + \omega_j^2\eta_j = -\frac{1}{m_j^*}(\phi_j^T \mathbf{M}_p \mathbf{r})\ddot{u}_g \quad (5)$$

比較 (4) 式與 (5) 式所得主結構動態反應之差異，可用以訂定 PTMD 最佳設計參數值，同時亦可驗證 PTMD 之振動控制效用。

三、單一 PTMD 之最佳參數設計

於本文中，PTMD 的最佳系統參數係以扭轉耦合結構在地震力作用下裝設 PTMD 前後某一特定自由度(如第 i 個自由度)之均方位移反應比 ($R_{dE,i}$) 極小化的方式來設計。假設地表加速度 $\ddot{u}_g(t)$ 為一穩態散漫過程 (Stationary Random Process)，且其 PSD (Power Spectral Density) 為 $S_{\ddot{u}_g}(\omega)$ ，則 $R_{dE,i}$ 可表示為

$$R_{dE,i} = \frac{E[u_i^2]_{\text{One PTMD}}}{E[u_i^2]_{\text{No PTMD}}} \\
 E[u_i^2] = \int_{-\infty}^{\infty} \left| \sum_{j=1}^{3N} \phi_{i,j} H_{\eta_j} \right|^2 S_{\ddot{u}_g}(\omega) d\omega \quad (6)$$

其中 $H_{\eta_j}(\omega)$ 為結構第 j 模態位移相對於地表加速度 $\ddot{u}_g(t)$ 之轉換函數 (Transfer Function)。主結構在有無裝設 PTMD 下之轉換函數 $H_{\eta_j}(\omega)$ 可由 (4) 式及 (5) 式取其傅利葉轉換 (Fourier Transform) 求得。此外，Lin 等人 [16] 探討地震之基本頻率與頻率寬帶對 PTMD 抗震效用的影響，發現當結構的基本頻率低於外力主要頻率時 (如建造於硬土層之高樓或高塔)，PTMD 具有良好的減震效果。因此，假設地表加速度 $\ddot{u}_g(t)$ 為白噪音散漫過程 (White-Noise Random

Process)，亦即 $S_{\ddot{u}_g}(\omega) = S_0$ ，應屬合理之假設。當 $R_{dE,i}$ 小於 1.0 時，表示 PTMD 能有效降低結構反應。

對一扭轉耦合樓房結構而言，其振動反應主要係由前三個模態所組合而成，由 (6) 式可知 $R_{dE,i}$ 與主結構前三個模態參數 ($\omega_j, \xi_j, \phi_j; j=1-3$)、PTMD 系統參數 ($m_{sy}, \omega_{sy}, \xi_{sy}$)、PTMD 裝設樓層所相對之模態值 ($\phi_{3l-1,j}, \phi_{3l,j}$)、運動方向及平面位置 (d_{sy}) 有極密切關係。對於某一現存結構而言 (ω_j, ξ_j, ϕ_j 已知)，當 PTMD 之裝設樓層和運動方向已知時，可求出一組 PTMD 之系統及平面位置參數使得 PTMD 所欲控制之自由度位移均方反應比為最小。亦即計算

$$\frac{\partial R_{dE,i}}{\partial m_{sy}} = 0, \frac{\partial R_{dE,i}}{\partial \omega_{sy}} = 0, \frac{\partial R_{dE,i}}{\partial \xi_{sy}} = 0, \frac{\partial R_{dE,i}}{\partial d_{sy}} = 0 \quad (7)$$

之聯立解，以求 PTMD 之最佳參數值 m_{sy} 、 ω_{sy} 、 ξ_{sy} 以及 d_{sy} 。由於一般土木結構之質量及體積均十分龐大，基於經濟及安全因素考量，PTMD 之質量通常予以限制，最佳質量 $(m_{sy})_{opt}$ 雖然存在 [16,27]，但可能因數值過大而無法實際運用。因此通常設計時先決定 PTMD 之質量，即 m_{sy} 為已知，只求 $(\omega_{sy}, \xi_{sy}, d_{sy})_{opt}$ 。

由於 PTMD 係藉降低模態位移反應以達到降低主結構整體反應之效，然而對扭轉耦合結構而言，其自

由度反應主要係由前三個模態所組合而成，且各自由度反應有不同之主控模態(Dominant Mode)，即各模態在各自由度反應所佔比例不同。因此就調諧單一模態來說，是可以降低總體反應，但可能無法使各自由度反應同時降到最低。換言之，對扭轉耦合結構在設計 PTMD 時，首先應考慮所欲降低反應之自由度。一般而言，為了結構的安全性，PTMD 被設計用以降低主結構之最大反應，而此一最大反應通常選為樓房結構頂層之最弱軸方向當作 PTMD 之控制自由度，如 (6) 式及 (7) 式的第 i 個自由度。

四、PTMD 設計參數研究

4.1 PTMD 之擺設位置

回顧文獻 [27]，討論平面剪力樓房結構之 PTMD 最佳設置樓層時，認為 PTMD 若裝設於欲控制模態其最大振態值之樓層時，會有最佳之減振效果。比較扭轉耦合及平面剪力樓房結構於決定 PTMD 參數之聯立運動方程式時，由 (4) 式可知，為了使 PTMD 所調諧之模態位移有最大的降低量，考慮 PTMD 之最佳裝設樓層、運動方向及其平面位置時應使 $\phi_{3l-1,j} + d_{sy}\phi_{3l,j}$ ($j=1\sim 3$) 值為最大，進而降低 PTMD 所欲控制自由度之反應。如前所述，PTMD 之最佳裝設樓層為樓房結構的頂層而運動方向則為欲

控制自由度方向。因此，PTMD 之最佳平面位置 d_{sy} ，可由欲控制自由度之主控模態所相對之 $\phi_{3l-1,j} + d_{sy}\phi_{3l,j}$ 值達其絕對最大值來決定。而 $\phi_{3l-1,j} + d_{sy}\phi_{3l,j}$ 之絕對最大值，取決於 PTMD 裝設樓層之平移自由度及其相同樓層的旋轉方向自由度之振態符號 ($\phi_{3l-1,j}$ 及 $\phi_{3l,j}$)。當 $\phi_{3l-1,j}$ 與 $\phi_{3l,j}$ 為同號時，取 d_{sy} 為正的允許最大值；若當 $\phi_{3l-1,j}$ 與 $\phi_{3l,j}$ 為異號時，取 d_{sy} 為負的允許最大值。故 PTMD 之擺設平面位置距質心愈遠愈能達到減振效果，此時可獲得最大的 $\phi_{3l-1,j} + d_{sy}\phi_{3l,j}$ 值。

為了進一步了解 PTMD 擺設平面位置對不同耦合程度之樓房結構減振效應的影響，考慮一單層近似對稱型扭轉耦合剪力樓房結構，其質量 $m = 2.8 \times 10^5 \text{ Kg}$ ， x 方向勁度 $K_x = 3.21 \times 10^7 \text{ N/m}$ ， y 方向勁度 $K_y = 3.20 \times 10^7 \text{ N/m}$ ，旋轉方向勁度 $K_\theta = 3.60 \times 10^9 \text{ N/m}$ ，旋轉半徑 $r = 8 \text{ m}$ 。假設 x 方向和 y 方向之偏心距相等 ($e_x = e_y = e$)，且其正規化偏心比 e/r 由 0.0 (非耦合結構) 變化至 0.3 (高耦合度結構)，若假設結構前二模態之阻尼比 ($\xi_1 = \xi_2$) 為 2%，則各種不同偏心比 (0.0, 0.1, 0.2 和 0.3) 樓房結構之模態特性如表 1 所示。假設 PTMD 之質量為主結構質量的 2%，且其擺設平面位置之範圍為 $-1.25 \leq d_{sy}/r, d_{sx}/r \leq 1.25$ 。

表 1 單層近似對稱型扭轉耦合樓房結構之模態特性

Table.1 Modal properties of one story Torsionally-Coupled buildings.

Building	Mode Shape			Frequency (Hz)	Damping Ratio (%)
	Mode 1	Mode 2	Mode 3		
$e/r = 0.0$	$\begin{Bmatrix} 0.000 \\ 1.000 \\ 0.000 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 1.000 \\ 0.000 \\ 0.000 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0.000 \\ 0.000 \\ 1.000 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 1.701 \\ 1.704 \\ 2.256 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 2.000 \\ 2.000 \\ 2.080 \end{Bmatrix}$
$e/r = 0.1$	$\begin{Bmatrix} 1.000 \\ -1.129 \\ 0.266 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 1.000 \\ 0.889 \\ 0.015 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 1.000 \\ -0.993 \\ -7.973 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 1.681 \\ 1.703 \\ 2.285 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 2.000 \\ 2.000 \\ 2.091 \end{Bmatrix}$
$e/r = 0.2$	$\begin{Bmatrix} 1.000 \\ -1.033 \\ 0.441 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 1.000 \\ 0.971 \\ 0.008 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 1.000 \\ -0.994 \\ -4.594 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 1.627 \\ 1.703 \\ 2.361 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 2.000 \\ 2.000 \\ 2.123 \end{Bmatrix}$
$e/r = 0.3$	$\begin{Bmatrix} 1.000 \\ -1.016 \\ 0.550 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 1.000 \\ 0.987 \\ 0.005 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 1.000 \\ -0.994 \\ -3.652 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 2.000 \\ 2.000 \\ 2.080 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 2.000 \\ 2.000 \\ 2.173 \end{Bmatrix}$

以下考慮兩種不同的 PTMD 運動方向 (y 方向和 x 方向)，來討論其平面位置對不同耦合程度之樓房結構減振效應的影響。其一，為當地震來自 y 方向時 ($\beta = 90^\circ$)，PTMD 亦擺設於 y 方向以降低 y 方向自由度之均方反應 $[E(y)^2]$ ；其二，為當地震來自 x 方向時 ($\beta = 90^\circ$)，PTMD 亦擺設於 x 方向以降低 x 方向自由度之均方反應。上述兩例中，在不同正規化偏心比 (0.0, 0.1, 0.2, 0.3) 下，自由度均方反應與 PTMD 擺設平面位置 (d_{sy} 及 d_{sx}) 的變化關係如圖 3 所示。由圖 3 可發現：

(1) PTMD 擺設於 y 方向時

當樓房結構承受來自 y 方向之地震作用時，y 方向自由度反應主要係由第一模態控制；故 PTMD 主要係調諧第一模態，由於第一模態所相對之振態值 $\phi_{2,1}$ 和 $\phi_{3,1}$ 為異號，如表一所示，故 PTMD 之平面位置 (d_{sy}) 為負的允許最大值，即與剛心異側且距質心最遠處時，具有最佳之減振效應，如 e/r 等於 1、2 和 3 各曲線所示。但是當 e/r 等於 0 時 (非耦合結構)，此時 $\phi_{3,1} = 0$ ，由 (4) 式可知 PTMD 之平面位置 (d_{sy}) 與模態位移降低量無關，亦即不同的擺設平面位置具有相同之減振效應。

(2) PTMD 擺設於 x 方向時

當樓房結構承受來自 x 方向之地震作用時，x 方向自由度反應主要係由第二模態控制；故 PTMD 主要係調諧第二模態，由於第二模態所相對之振態值 $\phi_{1,2}$ 和 $\phi_{3,2}$ 為同號，如表 1 所示，故 PTMD 之平面位置 (d_{sx}) 為正的允許最大值，即與剛心異側且距質心最遠處時，具有最佳之減振效應，如 e/r 等於 1、2 和 3 各曲線所示。但是當 e/r 等於 0 時 (非耦合結構)，此時 $\phi_{3,1} = 0$ ，由 (4) 式可知 PTMD 之平面位置 (d_{sx}) 與模態位移降低量無關，亦即不同的擺設平面位置具有相同之減振效應。

由以上之數值驗證可知：針對扭轉耦合樓房結構，其 PTMD 之擺設平面位置距質心愈遠愈能達到減振效果。然而傳統 PTMD 的設計，因忽略其扭轉耦合效應，而將 PTMD 擺設於樓層質心處，導致 PTMD 無法發揮最大的減振效應。為了解 PTMD 擺設於最佳平面位置與質心處，在不同 e/r 值時，其減振效應的差異，故針對上述單層近似對稱型扭轉耦合剪力樓房結構，當 PTMD 擺設於 y 方向時，繪製各自由度均方反應 (當地震分別來自 x 方向和 y 方向時) 與值之關係，如圖 4 所示。明顯地，PTMD 擺設於最佳平面位置時具

有較佳的減振效應，尤其是在結構具有較大之偏心比 (高耦合度結構) 時，此一現象更為突顯。

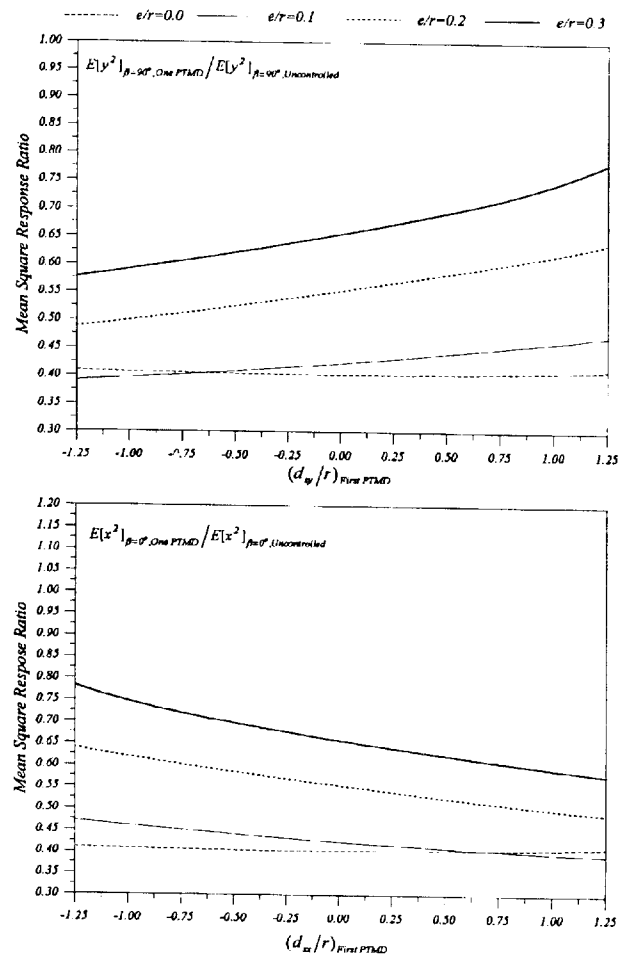


圖 3 均方位移反應比與 PTMD 之關係圖

Fig.3 Mean-Square Displacement Response Ratio with PTMD's planar position.

4.2 PTMD 系統參數之非調諧效應

相當多的文獻皆曾提及，當 PTMD 之系統參數偏離其最佳值，即具有非調諧效應時，PTMD 的振動控制效應會減損，但並無學者提出有關於非調諧效應與結構耦合度 (Degree of Coupling) 之關係討論。為了解兩者之關係，本文乃利用上述近似對稱型扭轉耦合剪力樓房結構為例進行討論。假設 PTMD 擺設於 y 方向，並設計其最佳參數值 (頻率和阻尼比) 以控制 y 方向自由度反應；於不同之結構耦合度 ($e/r = 0.0$ 、 0.1 、 0.2 和 0.3) 下，當 PTMD 之頻率和阻尼比各產生 $\pm 10\%$ 及 $\pm 20\%$ 之非調諧效應時，繪製其與 y 方向自由度均方反應比 (當地震來自 y 方向時) 之關係如圖 5

所示。茲定義在所考慮的 PTMD 之非調諧效應範圍 (頻率和阻尼比各為 $\pm 10\%$ 及 $\pm 20\%$)，最大與最小的均方反應比之相對誤差為最大非調諧誤差 (Maximum Detuning Error)，由圖 5 可發現：最大非調諧誤差隨著結構耦合度的增加 (即 e/r 值增加) 而減少。此意謂

著對於低耦合度結構 (具較小之 e/r 值) 將有較明顯的非調諧效應，即 PTMD 振動控制效應的變化 (Variation) 較大，可能導致控制效果降低；而高耦合度結構則較不受影響。

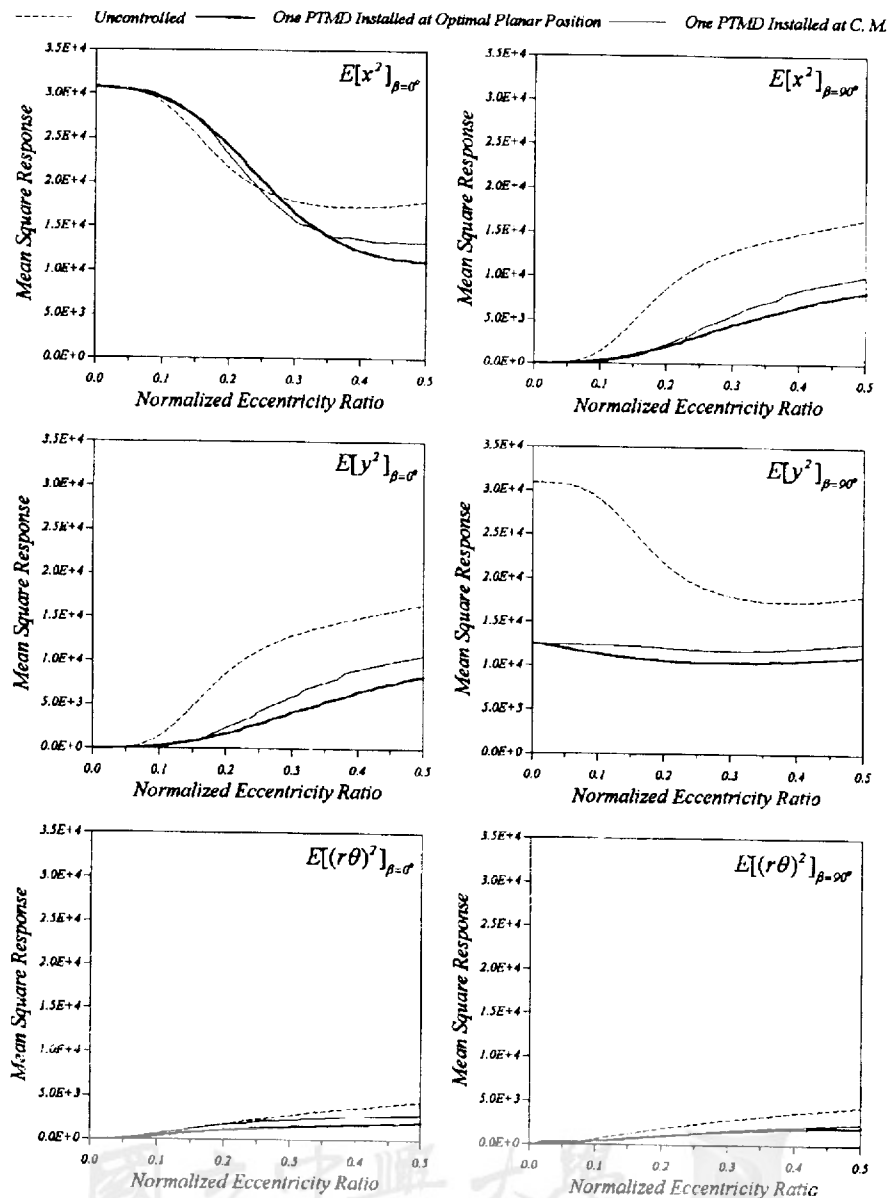


圖 4 結構有無裝設 PTMD 時均方位移反應與偏心比之關係圖

Fig.4 Mean-Square Displacement Response with and without PTMD for Different Eccentricity Ratio.

五、PTMD 的個數

根據上述單一 PTMD 之設計，欲控制之自由度反應確實能被有效降低。但由於此一 PTMD 乃是根據欲

控制自由度反應所主控的模態參數而設計，因此當地震來自不同侵襲角度時，此一 PTMD 是否仍然能有效地降低其他的自由度反應，實有待進一步討論。本文

發現：是否需加裝第二個 PTMD 以期能有效降低結構各自由度反應，乃與樓房結構同層樓之三方向自由度的耦合程度有關。例如近似對稱型扭轉耦合剪力樓房結構，若其 x 及 y 方向之偏心距較小時(即其屬於低耦合度結構)，擺設於 y 方向之單一 PTMD 並無法有效降低由 x 方向地震所產生的 x 方向自由度反應；此時，裝設第二個 PTMD 於 x 方向以控制 x 方向自由度反應，乃屬必需。

如圖 4 所示，當設計單一 PTMD 於 y 方向時，可發現：(1) 若結構受 y 方向地震作用時，不同偏心距結構之 y 方向均方位移反應，皆能藉由此一擺設於 y 方向的 PTMD 而有效地降低；(2) 但當結構受 x 方向地震作用時，具有較小偏心距結構(低耦合度結構)的

x 方向均方位移反應，甚至有被放大之現象。其乃因此類結構當裝設了 y 方向 PTMD 後，會將 x 方向振動反應的主控模態(第二模態)放大之故 [26]。此時，為了控制 x 方向自由度反應，必需裝設第二個 PTMD 於 x 方向；(3) 當結構具有較大偏心距時(高耦合度結構)，擺設於 y 方向的 PTMD 亦能有效地降低由 x 方向地震所產生的 x 方向自由度反應，此乃因大偏心距結構之 x 及 y 方向自由度反應具有高耦合度。此一發現有別於傳統 PTMD 設計時，需分別擺設兩個雙向運動之 PTMD 於 x 及 y 方向，而實際上針對此類高耦合度結構，僅需單一 PTMD 即可有效降低由不同方向地震所產生的各自由度反應。

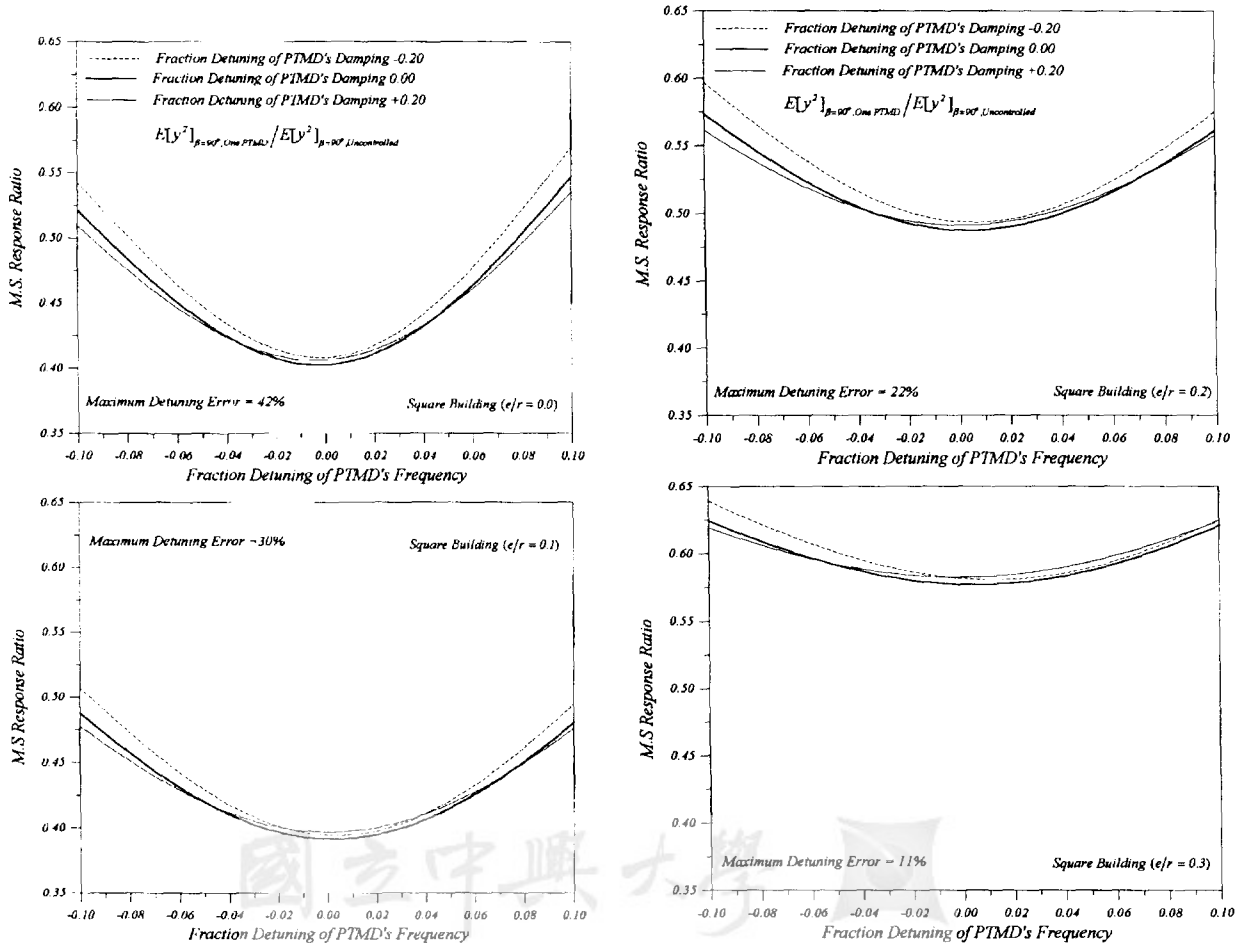


圖 5 各種不同偏心比結構之均方位移反應與非調諧效應之關係圖

Fig.5 Effect of Detuning: Mean-Square Displacement Ratio with Different Eccentricity Ratio.

六、第二個 PTMD 之設計

由上節所述，針對某些低耦合度結構（具較小之 e/r 值），若欲有效降低由不同方向地震所產生的各自由度反應，則需分別擺設兩個 PTMD 於 x 及 y 方向。假設於第 l 層樓 x 方向設置一質量為 m_{sx} 且阻尼、勁

度係數分別為 c_{sx} 、 k_{sx} 之第二個 PTMD，以控制 x 方向自由度反應，若其擺設之平面位置為距該層樓質量中心 d_{sx} 處，如圖 2 所示。與裝設單一 PTMD 時之 (4) 式相似，可得則主結構前三模態與兩個 PTMD 衝程之聯立運動方程式以矩陣形式表示為

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \phi_{3l-2,1} + d_{sx}\phi_{3l,1} & \phi_{3l-2,2} + d_{sx}\phi_{3l,2} & \phi_{3l-2,3} + d_{sx}\phi_{3l,3} & 1 & 0 \\ \phi_{3l-1,1} + d_{sx}\phi_{3l,1} & \phi_{3l-1,1} + d_{sx}\phi_{3l,2} & \phi_{3l-2,3} + d_{sx}\phi_{3l,3} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\eta}_1 \\ \ddot{\eta}_2 \\ \ddot{\eta}_3 \\ \dot{v}_{sx} \\ \dot{v}_{sy} \end{Bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} 2\xi_1\omega_1 & 0 & 0 & -2\mu_{1x}\xi_{sx}\omega_{sx} & -2\mu_{1x}\xi_{sy}\omega_{sy} \\ 0 & 2\xi_2\omega_2 & 0 & -2\mu_{2x}\xi_{sx}\omega_{sx} & -2\mu_{2x}\xi_{sy}\omega_{sy} \\ 0 & 0 & 2\xi_3\omega_3 & -2\mu_{3x}\xi_{sx}\omega_{sx} & -2\mu_{3x}\xi_{sy}\omega_{sy} \\ 0 & 0 & 0 & 2\xi_{sx}\omega_{sx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\xi_{sy}\omega_{sy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \\ \dot{\eta}_3 \\ \dot{v}_{sx} \\ \dot{v}_{sy} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & 0 & -\mu_{1x}\omega_{sx}^2 & -\mu_{1y}\omega_{sy}^2 \\ 0 & \omega_2^2 & 0 & -\mu_{2x}\omega_{sx}^2 & -\mu_{2y}\omega_{sy}^2 \\ 0 & 0 & \omega_3^2 & -\mu_{3x}\omega_{sx}^2 & -\mu_{3y}\omega_{sy}^2 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_{sx}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_{sy}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ v_{sx} \\ v_{sy} \end{Bmatrix} \\
 & = \begin{Bmatrix} -\frac{1}{m_1}(\phi_1^T \mathbf{M}_p \mathbf{r}) \\ -\frac{1}{m_2}(\phi_2^T \mathbf{M}_p \mathbf{r}) \\ -\frac{1}{m_3}(\phi_3^T \mathbf{M}_p \mathbf{r}) \\ -\cos\beta \\ -\sin\beta \end{Bmatrix} \ddot{u}_g \tag{8}
 \end{aligned}$$

與前述第一個 PTMD 的設計相同，第二個 PTMD 的最佳參數設計，係以裝設兩個 PTMD 與僅裝設第一個 PTMD 前後某一特定自由度（如第 k 個自由度），在地震力作用下之均方位移反應比 ($R_{dE,k}$) 極小化的方式來設計。

針對上述單層近似對稱型扭轉耦合剪力樓房結構，當設計兩個 PTMD 分別擺設於 x 和 y 方向時（兩個 PTMD 之質量分別為主結構質量之 1%），繪製各自由度均方反應（當地震分別來自 x 方向和 y 方向時）與 e/r 值之關係，如圖 6 所示。由圖中可發現：當結構受 x 方向地震作用時，不同偏心距結構之 x 方向均方位移反應，皆能藉由此兩個 PTMD 而有效地降低，不若前述當擺設單一 PTMD 於 y 方向時，具有較小偏心距結構的 x 方向均方位移反應有被放大之現象。由此可知，針對某些低耦合度結構（具較小之 e/r 值），若欲有效降低由不同方向地震所產生的各自由度反應，則需分別設計兩個雙向運動之 PTMD 於 x 及 y 方向。

另外，為了解兩個 PTMD 擺設於最佳平面位置與

質心處，在不同 e/r 值時，其減振效應的差異，故針對上述單層樓房結構，繪製各自由度均方反應（當地震分別來自 x 方向和 y 方向時）與 e/r 值之關係，如圖 6 所示。如預期地，兩個 PTMD 擺設於最佳平面位置時具有較佳的減振效應。

七、結論

一般樓房因設計或施工的因素往往造成質心及剛心不一致的情形，其所造成的扭轉耦合效應並非一般平面樓房之模型可描述。本文依據扭轉耦合結構以裝設 PTMD 前後自由度位移極小化的方式設計 PTMD 的參數，考慮雙向地震作用下，PTMD 對結構的振動控制效果，並討論 PTMD 在平面上之擺向、最佳位置，所需 PTMD 個數及其非調諧效應，得到以下結論：

- (1) 本文提供了一套完整的 PTMD 設計流程，首先以系統識別得到主結構的前三個模態參數後，選擇所欲降低自由度的反應，由其主控模態決定 PTMD 運動的方向，最佳裝置的樓層，平面擺設的位置，

進行計算 PTMD 最佳阻尼係數和勁度係數。

(2) PTMD 最佳裝設樓層為欲控制自由度所相應之主控模態中平移方向振態值最大的樓層，而平面最佳位置則由主控模態相應的裝設樓層平移與扭轉自由度之振態相對符號決定；發現 PTMD 之擺設平面位置距質心愈遠愈能達到減振效果。然而傳統 PTMD 的設計，因忽略其扭轉耦合效應，而將 PTMD 擺設於樓層質心處，導致 PTMD 無法發揮最大的減振效應。

(3) 非調諧效應所造成 PTMD 振動控制效應的有效性，隨著結構耦合度的增加而減少。此意謂著對於低耦合度結構將有較明顯的非調諧效應，即 PTMD 之振動控制效果降低；而高耦合度結構則較不受影響。

(4) 對於低耦合度結構而言，若欲有效降低由不同方向地震所產生的各自由度反應，則必需擺設兩個雙向運動之 PTMD；但對於高耦合度結構，當僅裝設單一 PTMD 於頂樓弱軸方向時，即可有效降低不同方向地震作用下之振動反應。

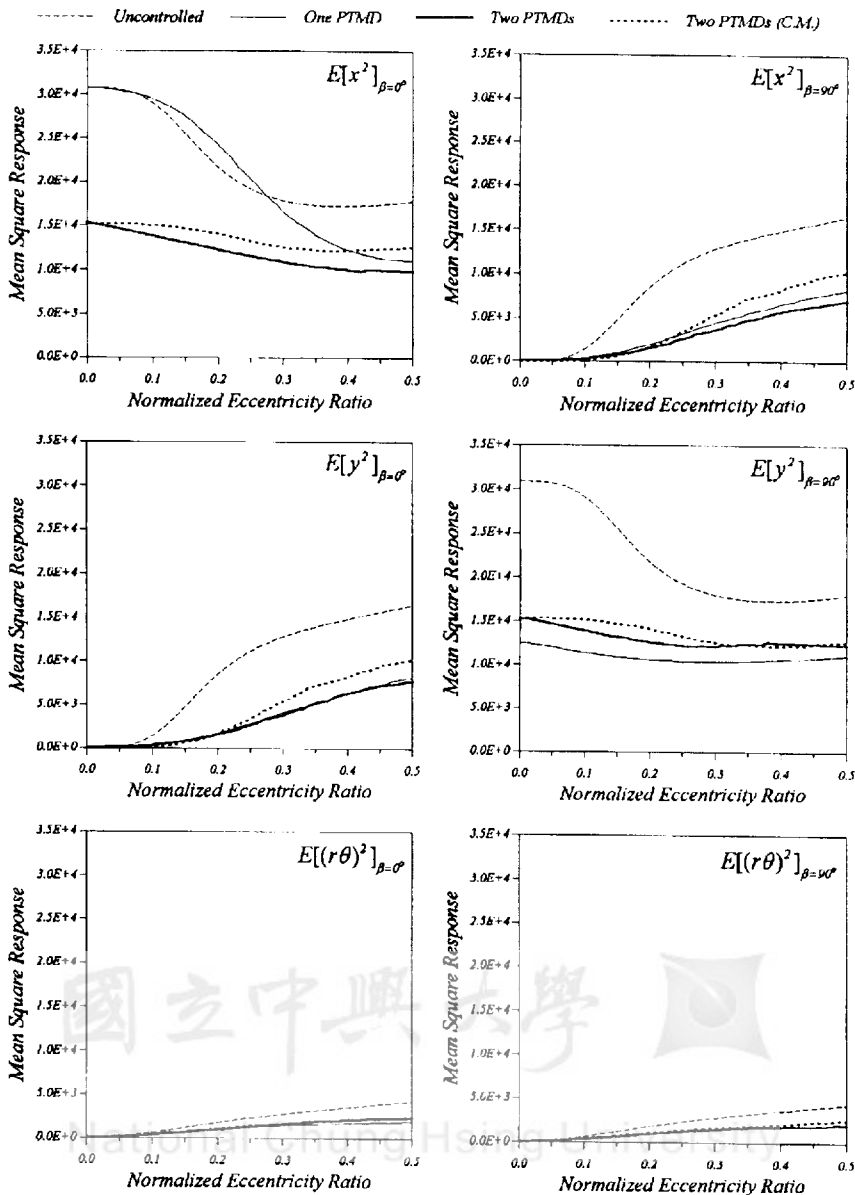


圖 6 結構有無裝設 PTMDs 時均方位移反應與偏心比之關係圖

Fig.6 Mean-Square Displacement Response with and without PTMD's for Different Eccentricity Ratio.

致謝

本研究承國科會經費支助 (NSC 87-2621-P-005-005)
，在此申謝。

參考文獻

1. Wirsching, P. H. and Campbell, G.W., "Minimal structural response under random excitation using the vibration absorber", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 2, pp. 303-312 (1974).
2. McNamara, R. J., "Tuned mass dampers for buildings", *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 103(ST9), pp. 1785-1798 (1977).
3. Luft, R. W., "Optimal tuned mass dampers for buildings", *Journal of Structural Division*, ASCE, Vol. 105(ST12), pp. 2766-2772 (1979).
4. Kwok, K. C. S., "Damping increase in building with tuned mass damper", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 110(11), pp. 1645-1649 (1984).
5. Rainer, J. H. and Swallow, J. C., "Dynamic behavior of a gymnasium floor", *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 13(3), pp. 270-277 (1986).
6. Kwok, K. C. S., and Macdonald, P. A., "Full-scale measurements of wind-induced acceleration response of Sydney tower", *Engineering Structures*, Vol. 12, pp. 153-162 (1990).
7. Thornton, C. H., Cuoco, D. A., and Velivasakis, E. E., "Taming structural vibrations", *Civil Engineering*, Vol. 60(11), pp. 57-59 (1990).
8. Satareh, M. and Hanson, R. D., "Tuned mass dampers to control floor vibration from humans", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 118(3), pp. 741-762 (1992).
9. Xu, Y. L., Samali B., and Kwok, K. C. S., "Control of along-wind response of structures by mass and liquid dampers", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 118(1), pp. 20-39 (1992).
10. Kawaguchi, A., Teramura A., and Omote Y., "Time history response of a tall building with a tuned mass damper under wind force", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 41-44, pp. 1949-1960 (1992).
11. Villaverde, R. and Koyama, L. A., "Damped resonant appendages to increase inherent damping in buildings", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 22, pp. 491-507 (1993).
12. Sinha, R. and Igusa, T., "Response of primary-secondary systems to short-duration, wide-band input", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 185(1), pp. 119-137 (1995).
13. Warburton, G. B., "Optimal absorber parameters for various combinations of response and excitation parameters", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 10, pp. 381-401 (1982).
14. Asami, T., Wakasono, T., Kameoka, K., Hasegawa, M. and Sekiguchi, H., "Optimum design of dynamic absorbers for a system subjected to random excitation", *JSME International Journal*, Series III, Vol. 34(2), pp. 218-226 (1991).
15. Fujino, Y. and Abe, M., "Design formulas for tuned mass dampers based on a perturbation technique", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 22, pp. 833-854 (1993).
16. Lin, C. C., Hu, C. M., Wang, J. F. and Hu, R. Y., "Vibration control effectiveness of passive tuned mass dampers", *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, Vol. 17(3), pp. 367-376 (1994).
17. Xu, Y. L., and Kwok, K. C. S., "Semianalytical method for parameteric study of tuned mass dampers", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 120(3), pp. 747-764 (1994).
18. Abe, M. and Fujino, Y., "Dynamic characterization of MTMD and some design

- formulas", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 23, pp. 813-836 (1994).
19. Igusa, T. and Xu, K., "Vibration control using multiple tuned mass dampers", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 175, pp. 491-503 (1994).
20. Jangid, R. S., "Dynamic characteristics of structures with multiple tuned mass dampers", *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 3, pp. 497-509 (1995).
21. Abe, M. and Igusa, T., "Tuned mass dampers for structures with closely spaced natural frequencies", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 24, pp. 247-261 (1995).
22. Ram, Y. M. and Elhay, S., "Theory of a MTMD dynamic absorber", *Journal of Vibration and Control*, Vol. 195, pp. 607-616 (1996).
23. Jangid, R. S. and Datta, T. K., "Performance of multiple tuned mass dampers for torsionally coupled system", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 26, pp. 307-317 (1997).
24. Rana, R. and Soong, T. T., "Parametric study and simplified design of TMDs", *Engineering Structures*, Vol. 20, pp. 193-204 (1998).
25. 翁駿民, 林其璋, "扭轉耦合樓房結構裝設調諧質量阻尼器之設計及減振效用", 第三屆結構工程研討會, Vol. 3, pp. 2073-2082 (1996).
26. Ueng, J. M., Lin, C. C., Chen, B. R. and Huang, T. C., "Practical Considerations in TMD Design for Vibration Control of Buildings", *the Sixth East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering & Construction*, Taipei, Taiwan, January 14-16, Vol. 2, pp. 1461-1468 (1998).
27. Lin, C. C., Ueng, J. M. and Wang, J. F., "Vibration control identification of MDOF structures with tuned mass damper", *International Conference on Structural Dynamics, Vibration, Noise and Control*, Hong Kong, Vol. 2, pp. 887-894 (1995).

論文收稿日期：87年9月25日

論文修訂日期：87年11月26日

論文接受日期：87年12月9日

國立中興大學



National Chung Hsing University